

УДК 338.27

АНАЛИЗ ОТКЛОНЕНИЙ МОДЕЛИ БЛЭКА-ЛИТТЕРМАНА В УСЛОВИЯХ КРИЗИСА

Демидова А.С.

ФГОБУ ВПО «Финансовый университет при Правительстве РФ»,
Москва, e-mail: sasha-demidva@rambler.ru

Проведён анализ инвестиционной модели Блэка – Литтермана, а именно: построение долгосрочного портфеля ценных бумаг на основе спрогнозированных доходностей акций на дату с уже существующими значениями цены за единицу актива путём регрессионного анализа, параллельное построение портфеля с теми же активами на основе уже известных уровней котировок за период прогнозирования и в последствие анализ отклонений поведения модели в разрезе спрогнозированных и существующих данных. Проведена сравнительная характеристика инвестиционных показателей прогнозного и действительного портфелей и сделаны соответствующие выводы о целесообразности применения рассмотренной инвестиционной теории. Описано исчисление необходимых показателей в рамках модели, а также проведён анализ влияния кризисной ситуации на изменение этих показателей и реальный будущий результат в рамках модели Блэка – Литтермана.

Ключевые слова: инвестиционная модель, оптимальный инвестиционный портфель, модель Блэка-Литтермана, прогнозирование, кризис, акции, доходность портфеля

THE ANALYSIS OF DEVIATIONS OF THE BLACK-LITTERMAN MODEL IN CRISIS CONDITIONS

Demidova A.S.

The Federal State-Funded Educational Institution of Higher Education «Financial University under the Government of the Russian Federation», Moscow, e-mail: sasha-demidva@rambler.ru

We have done the analysis of the Black-Litterman investment model: the construction of long-term portfolio on the basis of predicted stock returns on a date with existing values of the unit price of an asset by the regression analysis, the construction of the portfolio with the same assets on the basis of already known level of quotations for the period forecasting and variance analysis in the latter behaviors in the context of predicted and existing data. We have done the comparative characteristic of the investment performance of the forecast and the actual portfolio and appropriate conclusions about the appropriateness of the considered investment theory. We have done the calculus required parameters in the model, the analysis of the crisis impact on the change in these indicators and the actual future outcome of the Black-Litterman model.

Keywords: investment model, optimum portfolio, the Black-Litterman model, forecasting, crisis, shares, profitability of a portfolio

В рамках данной статьи была рассмотрена модель портфельного инвестирования – модель (или принцип) формирования оптимального инвестиционного портфеля Блэка – Литтермана – с целью проведения сравнительного анализа её поведения в рамках прогнозных и реальных данных, которые затронула текущая кризисная ситуация. Благодаря подобной аналитике можно оценить уровень риска применения заявленного портфеля, степень его отклонения в нестандартных условиях рынка и общую адекватность прогнозных данных, построенных по принципам Блэка – Литтермана.

Модель разработана американским экономистом Фишером Блэком и финансовым аналитиком Робертом Литтерманом. Называется она в честь своих создателей и базируется на алгоритме нахождения оптимального портфеля по методу Г. Марковица. Отличие заключается в том, что вместо доходности, исчисляемой по математическому ожиданию, используется комбинация

рыночной доходности активов и доходности, основанной на прогнозе.

Основная мысль модели Блэка – Литтермана заключается в том, что лучшим способом для отражения нейтральной к риску ожидаемой доходности служит равновесная доходность, разработанная Ф. Блэком. Равновесная доходность вычисляется на основе информации о структуре рыночной капитализации по формуле

$$\bar{r}_B = \lambda \sigma_B \bar{X}_B, \quad (1)$$

где \bar{r}_B – вектор размера $N \times 1$ предполагаемой рыночной доходности (N – количество доступных активов на рынке); σ_B – матрица ковариаций доходностей доступных рыночных активов размера $N \times N$; \bar{X}_B – вектор размера $N \times 1$ удельных весов каждого доступного актива в общей структуре рынка; λ – коэффициент склонности к риску, вычисляемый по формуле (2)

$$\lambda = \frac{r_0 - r_l}{\sigma_0^2}, \quad (2)$$

где r_f – безрисковая ставка доходности (взятая по доходности индекса I); r_0 – ожидаемая доходность бенчмарки (эталонного портфеля для инвестора); σ_0^2 – дисперсия бенчмарки.

После вывода равновесной доходности в модель вводится прогноз, образующий в результате объединённый вектор доходности, позволяющий определить веса ценных бумаг в инвестиционном портфеле. Формула объединённого вектора доходностей носит название формула Блэка – Литтермана и имеет вид (3)

$$R = \left[(\tau \sigma_B)^{-1} + P^T \sigma_P P \right]^{-1} \times \left[(\tau \sigma_B)^{-1} \overline{r_B} + P^T \sigma_P Q \right], \quad (3)$$

где R – искомый комбинированный вектор доходности размера $N \times 1$ (N – количество доступных активов на рынке); τ – масштабирующий фактор; σ_B – матрица ковариаций доходностей доступных рыночных активов размера $N \times N$; P – матрица размера $K \times N$, определяющая прогнозируемые инвестором активы (K – количество прогнозов); σ_P – диагональная матрица ковариаций ошибок прогноза размера $K \times K$; $\overline{r_B}$ – вектор размера $N \times 1$ предполагаемой рыночной доходности; Q – вектор прогноза размера $K \times 1$.

Необходимо пояснить каждую из компонент изложенной формулы.

Для учёта неопределённости, связанной с прогнозируемыми значениями, вводится нормально распределённый вектор случайных отклонений $\tilde{\epsilon}$, неотражённый в модели Блэка-Литтермана. Однако для учёта данных фактором в формулу включена его характеристика, а именно, ковариационная диагональная матрица σ_P . В соответствии с определением ковариационной матрицы, можно заключить, что матрица σ_P содержит на главной диагонали значения дисперсий каждой из ошибок вектора $\tilde{\epsilon}$ и имеет вид (4)

$$\sigma_P = \begin{pmatrix} \sigma_{p_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_{p_K} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где σ_{p_j} – дисперсия случайного отклонения j -го прогноза ($j = 1, \dots, K$); K – число прогнозов.

Идентифицирующая прогнозируемые актива матрица P отражает структуру каждого из прогнозов по строкам. Каждая строка матрицы представляет абсолютный или относительный прогноз. Абсолютный прогноз означает, что для данного j -го прогноза, где $j = 1, \dots, K$, строится прогноз лишь

для конкретного i -го актива, где $i = 1, \dots, N$. Отображается это в матрице единицей («1») в i -м столбце и j -й строке и нулевыми оставшимися элементами строки. Относительный прогноз рассчитывается для каждого актива по относительной друг другу доходности: положительное значение придаётся тому активу, чья доходность выше. Важно отметить, что сумма элементов по строке матрицы P всегда в таком случае равна нулю, поэтому при составлении матрицы для относительного прогноза учитывается относительный вес прогнозируемых активов, вычисляемый как доля капитализации конкретного актива в суммарной капитализации группы более (или менее) доходных активов из этого прогноза.

Масштабирующий фактор τ одна из наиболее абстрактных величин в модели, определяемая разными экономистами по-разному. Блэк и Литтерман сходились во мнении, что показатель этого параметра должен стремиться к 0. Однако, чтобы избежать противоречий в данном вопросе, Литтерман рассчитывал величину τ таким образом, чтобы ковариационная матрица случайных отклонений σ_P имела вид (5):

$$\sigma_P = \begin{pmatrix} (p_1 \sigma_B p_1^T) \tau & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & (p_K \sigma_B p_K^T) \tau \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где p_j – j -я вектор-строка матрицы P ($j = 1, \dots, K$); σ_B – матрица ковариаций доходностей доступных рыночных активов размера $N \times N$.

Такое представление исключает влияние масштабирующего фактора на конечный результат модели, т.е. комбинированный вектор доходности остаётся неизменным при любых значениях τ .

Одним из основных этапов модели Блэка – Литтермана является составление прогноза, отражённым в векторе-столбце Q . Отметим, что относительно прогнозов не обязательно делать прогноз по каждому активу. Однако, если инвестор не располагает никаким прогнозом относительно будущих доходностей, модель Блэка – Литтермана предполагает сохранение исходного рыночного портфеля без изменения его состава.

Определив комбинированный вектор доходностей R , можно определить новые удельные веса активов в портфеле. Делается это с помощью уравнения равновесной доходности, описанного ранее, подстановкой значения элементов комбинированного вектора доходностей R вместо $\overline{r_B}$.

Т.е. новые веса активов в инвестиционном портфели определяются из уравнения

$$R = \lambda \sigma_B \overline{X_B^*}, \quad (6)$$

где R – комбинированный вектор доходности размера $N \times 1$; σ_B – матрица ковариаций доходностей доступных рыночных активов размера $N \times N$; X_B^* – вектор размера $N \times 1$ новых удельных весов каждого доступного актива в общей структуре рынка; λ – коэффициент склонности к риску.

Большим преимуществом модели Блэка – Литтермана является оперативная реакция на изменения на фондовом рынке, а также достижение высокой доходности от инвестиционных вложений при допустимом для инвестора уровне риска и минимальной переформировке портфеля.

Основываясь на регрессионном анализе отобранных акций ММВБ, промышленных индексов РТС, мирового индекса РТС – можно спрогнозировать будущие значения этих показателей, что в дальнейшем используем для расчёта доходностей портфелей разной срочности по принципам Блэка – Литтермана.

Для анализа определим набор акций ММВБ, отвечающий правилу диверсификации риска – возьмём акции эмитентов из различных секторов экономики: машиностроения (ОАО «КАМАЗ»), металлургии (ОАО «Горно-металлургическая компания «Норильский никель»»), нефти и газа (ОАО «Газпром нефть»), потребительского сектора (ОАО «Аптечная сеть 36,6»), телекоммуникаций и ИТ (ОАО «Мобильные ТелеСистемы»), транспорта (ОАО «Аэрофлот – российские авиалинии»), финансового сектора (ОАО «Сбербанк России») и электроэнергетики (ОАО «Мосэнерго»).

В процессе регрессионного анализа котировок заявленных акций были построены уравнения, отражающие зависимость цены на актив от ряда глобальных факторов, таких как: валовый внутренний продукт РФ, уровень инфляции в РФ, индекс потребительских цен, уровень безработицы в РФ, индекс потребительской уверенности в РФ, индекс интенсивности промышленного производства в РФ, индекс выпуска товаров и услуг в РФ, индекс обменного курса рубля, цена на золото, доход платёжного баланса РФ, коэффициент рождаемости предпрятий в РФ. Весь анализ временного ряда проводился на данных до мая 2014 года, чтобы была возможность прогноза на период с уже существующими данными по котировкам.

Для каждого актива построенное уравнение было принято в том случае, если оно

положительно прошло все статистические проверки. Таким образом, лишь малая часть уравнений множественной регрессии в конечном итоге имела линейный вид, составленные уравнения имели логарифмический, экспоненциальный, смешанный и другие виды.

Имея будущие котировки акций, можно построить оптимальный инвестиционный портфель на любую дату. В рамках данной работы будет произведено построение прогнозного инвестиционного портфеля на декабрь 2015 года и сравнение его с фактическим (реальным) портфелем, построенным не на прогнозных данных, а на уже существующих котировках 2015 года. Построив портфель на долгосрочный период (почти 2 года), можно сравнить качество составленной регрессии, а также оценить отклонение доходности портфеля с экстраполированными данными от реальных показателей. Данная процедура будет весьма показательна в рамках существующей кризисной ситуации на российском рынке, т.е. мы сможем не только посмотреть, как отклонилась фактическая картина от построенной относительно 2014 года тенденции, но и оценить целесообразность долгосрочного прогнозирования.

Метод Блэка – Литтермана на начальном этапе предполагает поиск равновесной рыночной доходности для каждого актива, для которой необходимо знание матрицы ковариаций доходностей существующих ценных бумаг, удельные веса акций в рыночной структуре, а также коэффициент склонности к риску λ . Вычисление последнего подразумевает задание ожидаемой доходности и риска идеального портфеля инвестора и знание доходности рыночного индекса РТС. Задав ожидаемую доходность бенчмарки 80%, а максимальный риск 10%, определяем показатель λ , равный 0,657. Затем останется лишь определить удельные рыночные веса активов в структуре фондового рынка, что можно сделать при помощи знаний об их капитализации. Исходный вес актива определяется как отношение его собственной капитализации к суммарной капитализации по всем отобранным доступным активам. Размер капитализации каждого эмитента можно получить с информационного ресурса, предоставляющего информацию по котировкам активов, поэтому на данном этапе уже можно рассчитать вектор равновесной рыночной доходности.

Определив равновесные рыночные доходности, необходимо найти новый комбинированный вектор доходности, используя непосредственно саму формулу Блэка – Литтермана. Формула подразумевает задание или определение дополнительно таких

показателей, как масштабирующий фактор τ , матрица структуры прогнозируемого инвестиционного портфеля P , матрица ковариаций ошибок прогноза, а также сам вектор прогноза Q . Масштабирующий фактор, согласно теории, можно задать любой; пусть $\tau = 0,025$. Прогнозы доходностей являются абсолютными, поскольку предоставляют точную количественную оценку прогноза, поэтому матрица P имеет размер 8×8 (по числу активов и, соответственно, прогнозов) и является диагональной единичной матрицей. Матрица ковариаций ошибок случайного отклонения будет диагональной матрицей с произведениями дисперсий и τ на главной диагонали и нулевыми другими элементами. Вектор прогноза Q так же уже известен – это доходности акций к декабрю 2015 года. Все необходимые для нахождения нового комбинированного вектора доходностей R данные к этому моменту уже будут известны.

После определения R необходимо найти новые удельные веса активов в инвестиционном портфеле. Сделать это просто при помощи стандартных встроенных методов в Excel. Количество каждой акции вычисляется как целая часть от следующего отношения: произведения доли актива и максимальной суммы инвестиций к стоимости за единицу акции. При таком действии выполняется и сохранение доли каждого актива (погрешность в тысячных или менее долей), и сохранение ограничения на сумму общих инвестиций, например, в 1000000 рублей. Результаты отражены в табл. 1.

шее количество вкладываемых средств, чем другие инвестиционные модели современной портфельной теории, чтобы чистая прибыль от инвестируемых средств по сумме оправдывала весь процесс инвестирования.

Имея прогноз на конкретную дату, интересно сравнить, как в действительности пошла себя модель на реальных данных. Попробуем проанализировать вмешательство кризиса в инвестиционный процесс.

Для проведения такого анализа необходимо заменить спрогнозированные котировки акций на существующие к сегодняшнему дню показатели цены на каждую из отобранных акций, затем посчитать фактические доходности, матрицу ковариаций и дополнить этими расчётами данные на начало 2014 года. На основе базовых статистических показателей, согласно алгоритму, рассчитать равновесную рыночную доходность, комбинированный вектор доходности и уже затем составить новый оптимальный инвестиционный портфель.

Во избежание повторного описания вычислительного процесса, можно верхнеуровнево пройтись по результирующим данным. Обратим внимание, что на текущий момент изменилась и доходность рыночного индекса РТС, а, следовательно, изменится и коэффициент склонности к риску λ . В данном случае, задав ожидаемую доходность бенчмарки так же 80%, а максимальный риск 10%, показатель λ равен 104,3. Относительно предыдущего коэффициента, не достигшего отметки даже в единицу, столь существенное

Таблица 1

Результаты построения оптимального портфеля по модели Блэка – Литтермана при коэффициенте склонности к риску 0,657

| Номер акции | Комбинированный вектор доходности | Доля акции в портфеле | Цена за единицу акции на 08.05.2014 | Количество акций в портфеле |
|-------------|-----------------------------------|-----------------------|-------------------------------------|-----------------------------|
| 1 | 0,012322344 | 0,0004 | 13,96 | 28 |
| 2 | 0,00434685 | 0,0144 | 51,34 | 280 |
| 3 | 0,004750538 | 0,1616 | 140 | 1154 |
| 4 | 0,006497035 | 0,2589 | 6803 | 38 |
| 5 | 0,007773613 | 0,006 | 35,07 | 171 |
| 6 | 0,006993236 | 0,0074 | 0,7426 | 9964 |
| 7 | 0,004757548 | 0,1357 | 268,04 | 506 |
| 8 | 0,009145472 | 0,4156 | 79 | 5260 |

Общая стоимость такого портфеля составляет 999404,56 рублей, а общая доходность портфеля при использовании комбинированного вектора доходности и новых удельных весов активов в портфеле всего 0,0071. Стоит отметить, что модель Блэка – Литтермана предполагает значительно боль-

различие сразу сигнализирует о высоком воздействии кризиса на построенную ранее картину. При первичном построении прогноза предполагался рост показателя индекса РТС, однако за два года он упал практически вдвое относительно своего значения в начале 2014 года.

Таблица 2

Результаты построения оптимального портфеля по модели Блэка – Литтермана при коэффициенте склонности к риску 104,3

| Номер акции | Комбинированный вектор доходности | Доля акции в портфеле | Цена за единицу акции на 20.11.2015 | Количество акций в портфеле |
|-------------|-----------------------------------|-----------------------|-------------------------------------|-----------------------------|
| 1 | 1,65172287 | 0,000426828 | 15,55 | 27 |
| 2 | 0,689486549 | 0,008285004 | 57,86 | 143 |
| 3 | 0,667031336 | 0,166739817 | 146,5 | 1138 |
| 4 | 1,027822317 | 0,38472921 | 9650 | 39 |
| 5 | 1,079213179 | 0,00413672 | 35,6 | 116 |
| 6 | 0,951335772 | 0,005111951 | 0,8285 | 6170 |
| 7 | 0,766038887 | 0,098164349 | 219,3 | 447 |
| 8 | 1,280858867 | 0,332406032 | 107,3 | 3097 |

Далее обновим матрицу ковариаций доходностей активов, а также данные относительно капитализации отобранных акций и рассчитаем вектор равновесной рыночной доходности.

Аналогично предыдущему случаю теперь можно найти новый комбинированный вектор доходности, используя формулу Блэка – Литтермана, задав так же масштабирующий фактор $\tau = 0,025$, матрицу структуры прогнозируемого инвестиционного портфеля P диагональной единичной матрицей 8×8 , а также вектор прогноза Q – доходности акций к концу 2015 года. Поскольку мы решили оставить наши регрессионные модели без изменения в целях проверки их соответствия реальным показателям, то и вектор прогноза на декабрь 2015 года не изменится. Можно определить матрицу ковариаций ошибок случайного отклонения, которая будет диагональной матрицей с произведениями дисперсий и τ на главной диагонали и нулевыми другими элементами.

Определив R , необходимо найти новые удельные веса активов в инвестиционном портфеле.

Новые веса активов в инвестиционном портфеле указаны в табл. 2, где также посчитаны и их количественные эквиваленты. Отметим, что ограничение на сумму общих инвестиций в 1000000 рублей не изменилось.

Общая стоимость такого портфеля составляет 991337,48 рублей, а общая доходность портфеля при использовании комбинированного вектора доходности и новых удельных весов активов в портфеле 1,0234, что на порядок выше предыдущей рассчитанной доходности (0,0071). Отметим, что структура портфеля при пересчёте на современные показатели почти не изменилась.

Существенные различия в составе акций наблюдаются лишь на относительно дешёвых активах, не несущих весомой нагрузки на сумму портфеля.

Сравнив спрогнозированный портфель с реальным на текущую дату, мы выявили ряд существенных изменений во входных данных, на которые повлияла кризисная обстановка в стране, что должно было в корне разрушить всю ранее проделанную работу, изменив инвестиционный портфель до неузнаваемости. По факту же мы увидели несущественное изменение, которое обещает доходность даже больше заявленной при меньших инвестициях.

Сказать однозначно, повлияла на такой результат логика построения модели Блэка – Литтермана или удачное стечение обстоятельств, нельзя, однако в рамках конкретной задачи применяемые принципы построения портфеля акций продемонстрировали нам устойчивость к нестабильности рынка акций, сохранили (и даже повысили) ожидаемую доходность от инвестиций.

Список литературы

1. Бывшев В.А. Эконометрика – М.: Финансы и статистика, 2008. – 480 с.
2. Bernstein W. The Intelligent Asset Allocator: How to Build Your Portfolio to Maximize Returns and Minimize Risk. – McGraw-Hill, 2000.
3. Баранов Э.Ф. Ежемесячный доклад. Индексы интенсивности промышленного производства. Январь 2000 – февраль 2014 / Э.Ф. Баранов, В.А. Бессонов, А.А. Роскин, В.И. Безносик // Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики. Институт «Центр развития». – 2014.
4. Таможников В.В. Использование модели Блэка-Литтермана для построения эффективного портфеля ценных бумаг // «Научные ведомости белгородского государственного университета». Серия: История. Политология. Экономика. Информатика. – 2009. – № 9. – Т. 56.